

# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ</b>	<b>1</b>
1.1	Εισαγωγή . . . . .	1
1.2	Εφαπτομένη καμπύλης που ορίζεται παραμετρικά . . . . .	2
1.3	Εμβαδόν και όγκος που δημιουργούνται από καμπύλες που ορίζονται παραμετρικά	3
1.4	Μήκος τόξου καμπύλης που ορίζεται παραμετρικά . . . . .	5
1.5	Εμβαδόν επιφάνειας που δημιουργείται από καμπύλη που ορίζεται παραμετρικά .	6
	Επιπρόσθετα παραδείγματα . . . . .	6
	Ασκήσεις . . . . .	11
<b>2</b>	<b>ΠΟΛΙΚΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ</b>	<b>13</b>
2.1	Εισαγωγή . . . . .	13
2.2	Γραφικές παραστάσεις . . . . .	16
2.3	Εμβαδόν σε πολικές συντεταγμένες . . . . .	19
2.4	Εφαπτομένη σε πολικές συντεταγμένες . . . . .	21
2.5	Μήκος τόξου σε πολικές συντεταγμένες . . . . .	24
	Επιπρόσθετα παραδείγματα . . . . .	26
	Ασκήσεις . . . . .	31
<b>3</b>	<b>ΚΩΝΙΚΕΣ ΤΟΜΕΣ</b>	<b>33</b>
3.1	Εισαγωγή . . . . .	33
3.2	Παραβολή . . . . .	34
3.3	Έλλειψη . . . . .	38
3.4	Υπερβολή . . . . .	41
3.5	Εξισώσεις δευτέρου βαθμού . . . . .	46
3.6	Κωνικές τομές σε πολικές συντεταγμένες . . . . .	50
	Επιπρόσθετα παραδείγματα . . . . .	54
	Ασκήσεις . . . . .	60
<b>4</b>	<b>ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ</b>	<b>63</b>
4.1	Καρτεσιανές συντεταγμένες στον 3-διάστατο χώρο . . . . .	63
4.2	Διανύσματα . . . . .	66
4.3	Εσωτερικό γινόμενο . . . . .	71
4.4	Εξωτερικό γινόμενο . . . . .	76
4.5	Παραμετρικές εξισώσεις ευθείας γραμμής . . . . .	80
4.6	Επίπεδα στον $\mathbb{R}^3$ . . . . .	83
4.7	Κυλινδρικές - σφαιρικές συντεταγμένες . . . . .	87
	Επιπρόσθετα παραδείγματα . . . . .	90
	Ασκήσεις . . . . .	97

<b>5 ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ</b>	<b>101</b>
5.1 Εισαγωγή . . . . .	101
5.2 Λογισμός διανυσματικών συναρτήσεων . . . . .	103
5.3 Αλλαγή παραμέτρου - Μήκος τόξου . . . . .	108
5.4 Μοναδιαία εφαπτόμενα και κάθετα διανύσματα . . . . .	112
5.5 Καμπυλότητα . . . . .	113
5.6 Κίνηση κατά μήκος μιας καμπύλης . . . . .	119
5.7 Οι νόμοι του Kepler . . . . .	125
Επιπρόσθετα παραδείγματα . . . . .	131
Ασκήσεις . . . . .	134
<b>6 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ</b>	<b>139</b>
6.1 Εισαγωγή . . . . .	139
6.2 Όρια και συνέχεια . . . . .	142
6.3 Μερικές Παράγωγοι . . . . .	146
6.4 Παραγωγίσιμες συναρτήσεις . . . . .	150
6.5 Κανόνας αλυσίδας . . . . .	152
6.6 Εφαπτόμενα επίπεδα . . . . .	154
6.7 Διαφορικό . . . . .	156
6.8 Κατευθυνόμενη παράγωγος - Κλίση συνάρτησης δύο μεταβλητών . . . . .	159
6.9 Μέγιστα - Ελάχιστα συναρτήσεων δύο μεταβλητών . . . . .	162
6.10 Πολλαπλασιαστές Lagrange . . . . .	167
Επιπρόσθετα παραδείγματα . . . . .	170
Ασκήσεις . . . . .	177
<b>7 ΔΙΠΛΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ</b>	<b>183</b>
7.1 Εισαγωγή . . . . .	183
7.2 Υπολογισμός διπλών ολοκληρωμάτων . . . . .	185
7.3 Διπλά ολοκληρώματα σε μη ορθογώνιες περιοχές . . . . .	186
7.4 Υπολογισμός εμβαδού με τη χρήση διπλού ολοκληρώματος . . . . .	188
7.5 Διπλά ολοκληρώματα σε πολικές συντεταγμένες . . . . .	190
7.6 Εμβαδόν επιφάνειας . . . . .	192
7.7 Αλλαγή μεταβλητών σε διπλά ολοκληρώματα . . . . .	193
Επιπρόσθετα παραδείγματα . . . . .	201
Ασκήσεις . . . . .	207
<b>Απαντήσεις Ασκήσεων</b>	<b>211</b>
<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>219</b>